



*La Relatività Generale
al vaglio degli esperimenti
da Einstein ad oggi e nel prossimo futuro*

Anna M Nobili

Dipartimento di Fisica "E. Fermi", Università di Pisa & INFN, Pisa, Italia

I mercoledì della Scienza, Piacenza 13 Marzo 2013

La gravità

- La gravità è la forza più antica scoperta dall'uomo. Nel campo della Terra:

$$m_i \vec{g} = -\frac{GM_{\oplus} m_g}{r^3} \vec{r} \quad \left(\frac{m_i}{m_g} = +1 \Rightarrow \vec{g} = -\frac{GM_{\oplus}}{r^3} \vec{r} \right)$$

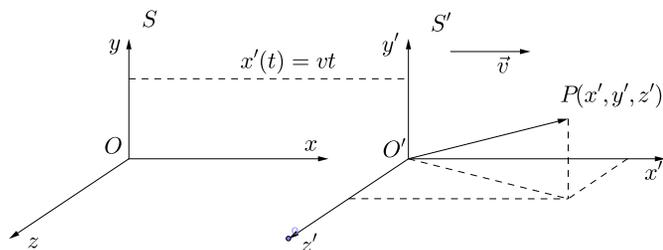
- Obbediscono ad essa tutti gli oggetti e gli esseri sulla Terra, gli asteroidi, le comete, i pianeti, il Sole, tutte le stelle, le galassie e l'universo intero (G è una costante universale che si misura sperimentalmente)
- ...e non si satura: più aumenta la massa, più aumenta la forza gravitazionale, per questo domina l'universo

1687: Teoria di Newton della gravitazione universale

...fino ad allora, e da circa 15 secoli, Tolomeo – greco di Egitto – aveva costruito un modello del sistema solare allora conosciuto che si accordava con le osservazioni entro soli 8 minuti d'arco!!)



Newton, Maxwell, la luce e l'etere



Le leggi della meccanica di Newton valide in un riferimento inerziale (\equiv dove vale la legge di inerzia) sono invarianti per trasformazioni galileiane, i.e. *sono le stesse per tutti gli osservatori in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso:*

$$t' = t \quad x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z$$

Il tempo è assoluto!!!!

(lo stesso per tutti gli osservatori)

Le equazioni di Maxwell (1831-1879) unificano i fenomeni elettrici e magnetici e ottengono l'equazione delle onde elettromagnetiche. \mathcal{E} le onde hanno bisogno di un mezzo per propagarsi (così credevano...)



la luce si propaga nell'*etere*, che deve avere densità nulla e essere trasparente, dato che non si rivela



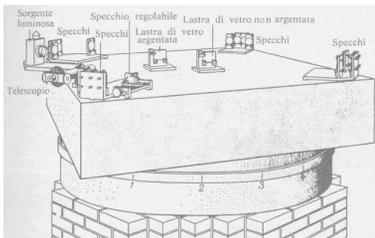
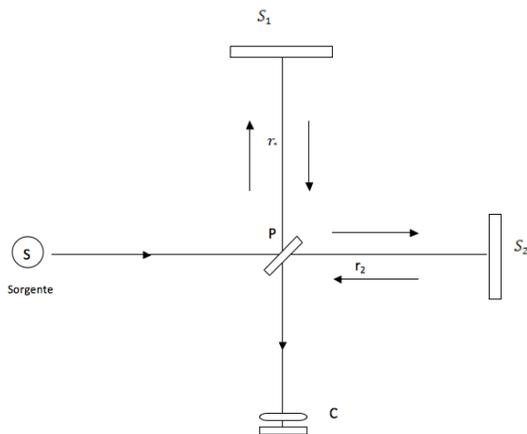
la Terra si muove a 30 km/s, è immersa in un vento d'etere a 30 km/s in direzione opposta \Rightarrow anche la luce deve obbedire alle trasformazioni galileiane. *E questo si deve poter misurare...*



Einstein e l'esperimento di Michelson-Morley



1887: M&M non trovano nessuna variazione della velocità della luce. Nè si può sostenere che la Terra sia il sistema assoluto (privilegiato) solidale con l'etere..



Einstein: Si deve accettare il risultato dell'esperimento di M&M e cambiare ciò che non si accorda con esso: le trasformazioni galileiane..

“An analysis of the concept of time was my solution. Time cannot be absolutely defined; 1922”

$$t' = \frac{t - x \frac{v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y' \quad z' = z$$

..il tempo non è più assoluto (lo spazio è piatto e vale sempre la geometria euclidea

Einstein, Giugno 1905: *On the electrodynamics of moving bodies* (è nata la teoria della relatività ... poi nota come ristretta, o speciale...)



Inerzia e peso: antichi concetti...

Massa inerziale (*Träge Masse*=massa pigra, massa inerte): è l'inerzia che un corpo oppone all'azione di ogni forza. Fattore di proporzionalità tra forza applicata (qualunque forza) e accelerazione acquisita secondo la legge fondamentale della dinamica di Newton

$$\vec{F} = m_i \vec{a}$$

Massa gravitazionale m_g : è la “carica” gravitazionale con la quale un corpo esercita su ogni altro corpo/carica M_g una forza detta gravitazionale e formulata da Newton nel 1687:

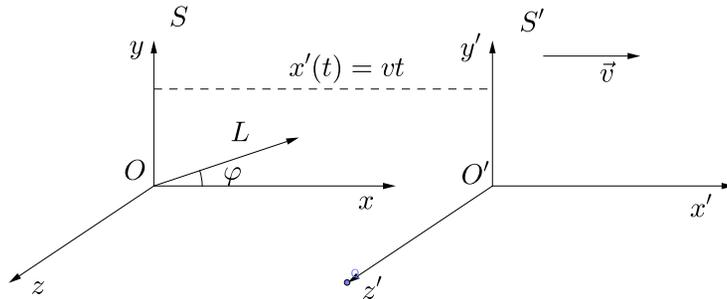
$$\vec{F}_g = -G \frac{M_g m_g}{r^3} \vec{r}$$

Peso: è la forza gravitazionale che una “carica” gravitazionale sorgente M_g (es. la Terra) esercita su un'altra “carica” gravitazionale m_g (di qui il concetto di *Schwere Masse*= massa pesante)

Chi sulla Terra pesa X sulla Luna pesa X/6, ma la sua massa inerziale è sempre la stessa

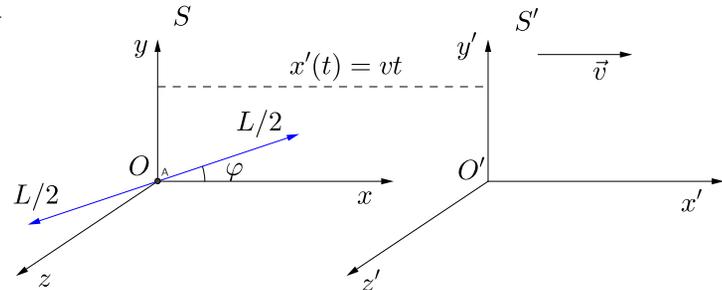
Einstein 1905: inerzia ed energia (I)

Einstein, Settembre 1905: "Does the inertia of a body depend upon its energy content?"



Il raggio di luce ha energia L rispetto ad S fisso e L' rispetto ad S' in moto

$$L' = L \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



Un corpo a riposo in O emette radiazione della stessa energia $L/2$ in due direzioni opposte

Calcolo la sua variazione di energia cinetica prima e dopo in S e in S' . E infine la differenza tra le due

$$E_o = E_1 + \frac{1}{2}L + \frac{1}{2}L$$

$$E'_o = E'_1 + \frac{L}{2} \frac{(1 - \frac{v}{c} \cos \varphi)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{L}{2} \frac{(1 + \frac{v}{c} \cos \varphi)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(E'_o - E_o) - (E'_1 - E_1) = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right\}$$

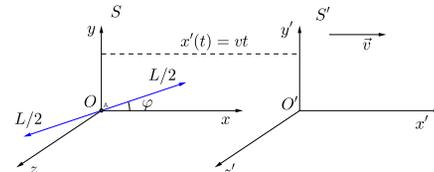
Einstein 1905: inerzia ed energia (II)

.. che è la differenza di energia cinetica prima e dopo l'emissione per lo stesso corpo in S o S' :

$$K_0 - K_1 = L \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right\} \simeq \frac{1}{2} \frac{L}{c^2} v^2$$

Rispetto ad S' , per il quale il corpo emittente è in moto, la sua energia è diminuita a causa della emissione di luce. La diminuzione (a meno di termini $< v^2/c^2$) è:

$$\Delta K \simeq \frac{1}{2} \frac{L}{c^2} v^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i v^2$$



Un corpo a riposo in O emette radiazione della stessa energia $L/2$ in due direzioni opposte
Calcolo la sua variazione di energia cinetica prima e dopo in S e in S' . E infine la differenza tra le due

$$\Delta m_i = \frac{L}{c^2}$$

Se un corpo emette energia L la sua massa (inerziale.. qui la gravità non entra affatto..) diminuisce di L/c^2 ... quantità del tutto indipendente dalle proprietà del corpo. La corrispondente diminuzione di energia cinetica dipende dalla velocità v

Einstein, Settembre 1905: *la massa (inerziale) di un corpo è una misura del suo contenuto di energia; se l'energia cambia di L la massa cambia nello stesso senso di L/c^2*

$$E = m_i c^2 !!!$$



Einstein 1907: e la gravità? (I)

“In 1907 Johannes Stark asked me to write a monograph on the special theory of relativity in the journal Jahrbuch der Radioaktivitat. While I was writing this, I came to realize that all the natural laws except the law of gravity could be discussed within the framework of the special theory of relativity. I wanted to find out the reason for this, but I could not attain this goal easily”

The most unsatisfactory point was the following: Although the relationship between inertia and energy was explicitly given by the special theory of relativity, the relationship between inertia and weight, or the energy of the gravitational field, was not clearly elucidated. I felt that this problem could not be resolved within the framework of the special theory of relativity.” (Einstein 1922)

Einstein 1907:

Se l'energia di un corpo aumenta di E , la sua massa inerziale aumenta di E/c^2 .
Ma c'è anche un aumento della massa gravitazionale????



Einstein 1907: e la gravità? (II)



“The breakthrough came suddenly one day. I was sitting on a chair in my patent office in Bern. Suddenly a thought struck me: If a man falls freely, he would not feel his weight.”

Se $m_i = m_g$ (**fatto sperimentale**)
l'osservatore fermo O scrive per tutti
i corpi, di qualunque massa o
composizione:

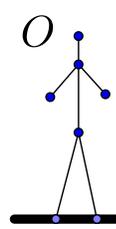
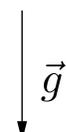
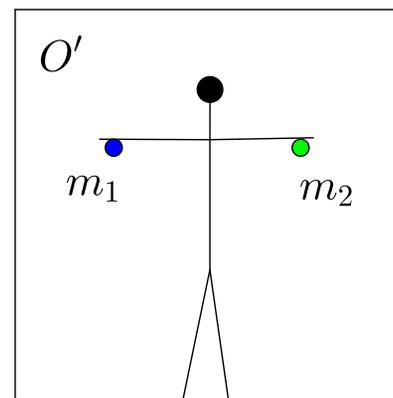
$$g = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}$$

Universalità della caduta libera

L'osservatore accelerato O' scrive:

$$0 = g - g$$

I corpi in caduta libera dentro
un ascensore non sentono alcun forza!



Superficie della Terra

Il centro della Terra è lontanissimo

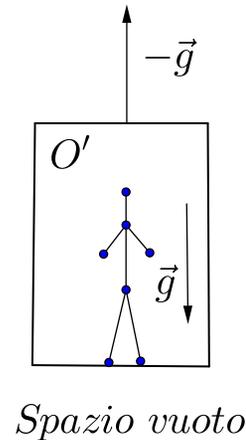


Einstein 1907: e la gravità? (III)

“ I was taken aback. This simple thought experiment made a deep impression on me. This led me to the theory of gravity.

I continued my thought: A falling man is accelerated. Then what he feels and judges is happening in the accelerated frame of reference. I decided to extend the theory of relativity to the reference frame with acceleration. I felt that in doing so I could solve the problem of gravity at the same time.”

Einstein 1907: e la gravità? (IV)



Localmente (Terra piatta) O sente una accelerazione gravitazionale *uniforme* \vec{g} .
 Dentro l'astronave che viaggia nello spazio vuoto con $-\vec{g}$ anche O' sente \vec{g} .

Un campo gravitazionale uniforme (localmente) e un riferimento accelerato sono fisicamente indistinguibili (equivalenti).

...Estendendo il principio di relatività ai riferimenti accelerati si può fare una teoria della relatività che includa anche la forza gravitazionale.. (generale quindi...)



Il principio di equivalenza forte (o di Einstein)

“The strong equivalence principle might be defined as the assumption that in a freely falling, non-rotating, laboratory the local laws of physics take on some standard form, including a standard numerical content, independent of the position of the laboratory in space and time.”

Einstein 1907 (anche se questa è la formulazione di Dicke 1964)

“It is well known that this interpretation of the equivalence principle, plus the assumption of general covariance is most of what is needed to generate Einstein’s general relativity.” (Dicke 1964)

**... non dimentichiamo che il principio di equivalenza forte presuppone
l’universalità della caduta libera!!**



La geometria Euclidea non basta più...

Se tutti i riferimenti accelerati sono equivalenti la geometria Euclidea non può valere in tutti questi sistemi perché la gravità può essere sostituita da un riferimento accelerato solo localmente, quindi globalmente non ci può essere un solo sistema

Non solo il tempo non è più assoluto ... lo spazio-tempo non è più piatto ma curvo: la massa-energia determina la curvatura dello spazio-tempo, che quindi si evolve con essa e a sua volta determina il moto dei corpi...

Ma una geometria ci vuole:

“Describing the physical laws without reference to geometry is similar to describing our thought without words. We need words in order to express ourselves” (Einstein 1922)

1916: la teoria della relatività generale

... ma per fortuna c'era la geometria non euclidea di grandi come Gauss, Riemann, Ricci e altri...

Dopo 8 anni e innumerevoli lavori intermedi, nel 1916, Einstein pubblicò: ***“The foundation of the general theory of relativity”***

Da allora, e soprattutto nello spazio, le verifiche sperimentali e osservative hanno confermato la teoria della relatività generale...

Tuttavia:

- *La dinamica delle galassie non torna e “manca” circa un 25% della massa dell’universo (dark matter)*
- *Le misure dell’espansione dell’universo non tornano e occorre ipotizzare circa un 70% di energia negativa (dark energy)*
- *La teoria della relatività generale è inconciliabile con la migliore teoria delle altre forze fondamentali (il “Modello Standard” delle particelle elementari)*



Modello standard e relatività generale

Anni '70: nasce il Modello Standard delle particelle elementari. È la migliore teoria della fisica del microcosmo. Si fonda sulla meccanica quantistica e sulla relatività ristretta, i campi delle particelle sono definiti in uno spazio-tempo piatto... È verificata dagli esperimenti con notevole successo..

In relatività generale lo spazio-tempo è curvo. Vicino alle singolarità (i buchi neri), la relatività generale diventa inconsistente con la meccanica quantistica...

Modello standard e relatività generale sono inconciliabili

Ci vuole un esperimento “tipo” quello di Michelson-Morley alla fine dell’800 (per il quale Michelson prese il Nobel nel 1907):

- *che testi un elemento cruciale della teoria*
- *che sia di altissima precisione*
- *che l’interpretazione della misura non lasci dubbi*
- *... e che possibilmente sia abbastanza “piccolo”*



Verifica della universalità della caduta libera

La teoria della relatività generale si fonda sulla universalità della caduta libera (UFF), o “principio” di equivalenza debole (WEP): nel campo di una massa sorgente tutti i corpi cadono con la stessa accelerazione qualunque sia la loro massa e/o composizione

Un esperimento di UFF:

- *testa un elemento cruciale della teoria*
- *può raggiungere altissima precisione perché è un esperimento “nullo” (gli esperimenti nulli sono tra i più precisi della fisica...)*
- *la segnatura del segnale atteso è nota e l’interpretazione dei dati (con la dovuta cura) assolutamente solida*
- *si fa con un piccolo apparato ... anche se per raggiungere altissime precisioni bisogna metterlo in orbita bassa attorno alla Terra*



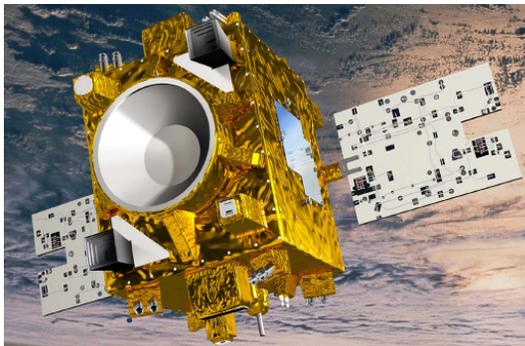
Stato dell'arte e prospettive

L' universalità della caduta libera è verificata sperimentalmente (con bilance di torsione in rotazione lenta) al livello di 10^{-13} . Sulla terra la bilancia di torsione è il migliore strumento ma si pensa che sia molto difficile migliorare ancora

Un esperimento simile in orbita bassa attorno alla Terra avrebbe un segnale circa 500 volte più intenso; potrebbe sfruttare l'assenza di peso per sospensioni di migliore qualità e l'isolamento del laboratorio (il satellite che racchiude lo strumento) per ridurre i disturbi locali (microsismicità, masse vicine).



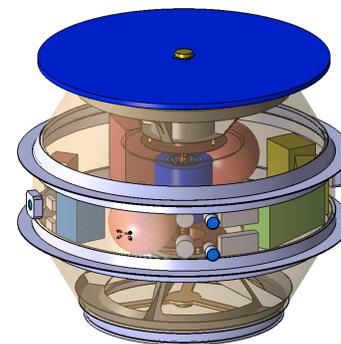
Microscope e GG (“Galileo Galilei”)



Microscope: Obiettivo 10^{-15}

In costruzione dal CNES (Agenzia Spaziale Francese) con contributo ESA (Agenzia Spaziale Europea) per volo nel 2016

Entrambi a temperatura ambiente, dimensioni comparabili, tecnologie comparabili, durata missione comparabile, costi comparabili. Perché GG può puntare ad una precisione 100 volte migliore? Per il design del sensore (l’idea): se Microscope volesse raggiungere la precisione di GG dovrebbe prendere dati per 39 anni per ridurre il rumore!!!



GG: Obiettivo 10^{-17}

Studiato da ASI (Agenzia Spaziale Italiana), prototipo di laboratorio INFN, collaborazione JPL