

1 Lavoro energia e potenza in alcuni casi di esperienza comune

- 1) ¹Un aeroplano di massa m_{aereo} atterra con una velocità \vec{v} che fa un angolo ϑ (tipicamente piccolo) rispetto alla retta orizzontale. Il sistema di frenaggio (es. gli alettoni) funziona in direzione orizzontale per diminuire la velocità dell'aereo lungo la pista fino a fermarlo del tutto. Per annullare la componente della velocità perpendicolare alla pista si usano invece degli ammortizzatori. Supponiamo per semplicità che ci sia un solo ammortizzatore. Scrivete la formula del lavoro che esso deve fare per annullare la componente verticale della velocità dell'aereo all'atterraggio (ricordate che il lavoro ha le dimensioni fisiche di una energia). Per un atterraggio il più possibile tranquillo occorre ridurre al minimo la forza sviluppata dall'ammortizzatore sull'aeroplano. A parità di lavoro che l'ammortizzatore deve fare, volendo minimizzare la forza da esso sviluppata sull'aeroplano lo scegliereste rigido oppure molle? Motivate la risposta in modo quantitativo.
- 2) Se andate in bicicletta su una strada piena di buche pensate che sia meglio avere le gomme molto gonfie o poco gonfie? Motivate la risposta in modo quantitativo.
- 3) Considerate una riserva d'acqua a forma di cilindro di raggio $r = 800$ m e altezza $h = 6$, m. Dalla base della riserva l'acqua fa un salto $H = 12$ m. Supponete che l'acqua venga utilizzata 16 ore (tipicamente di giorno) per produrre energia elettrica mentre le restanti 8 ore vengano utilizzate per ricaricare la riserva. Calcolate la potenza elettrica che tale riserva sarebbe in grado di sviluppare se avesse un'efficienza del 100 % e calcolatene il valore numerico nel caso specifico.
- 4) Una moto di massa m_{moto} è guidata da un passeggero di massa m_p e ha un motore di potenza P . La potenza si riferisce alla moto che viaggia in una marcia alta e con un numero abbastanza elevato di giri al minuto del motore, ad esempio quando si va in superstrada a velocità sostenuta ma non altissima. Dite quale velocità raggiunge la moto tenendo conto che i rapporti tra gli ingranaggi e il fatto di avere ruote di raggio abbastanza grande fanno sì che la velocità effettiva della moto sia un fattore $k \simeq 4$ volte più grande di quella nominale impartita dal motore. Dite che ruolo gioca la massa m_{moto} e perché è vantaggioso avere ruote di raggio grande.
- 5) Considerate un corpo macroscopico che nel corso del suo moto debba vincere delle forze di attrito. 5a) Dite da cosa è costituita l'energia del corpo in moto e cosa succede a questa energia a causa dell'attrito. 5b) Dite in cosa cambia lo stato fisico del corpo a causa dell'attrito. 5c) Dite che cosa si conserva in questo processo fisico (cioè quello di un corpo frenato dalla presenza di forze di attrito). 5d) Se il corpo in moto è un proiettile carico di esplosivo convenzionale che colpisce un bersaglio dite che cosa si conserva in questo processo.

¹Le risposte ai quesiti devono essere numerate come i quesiti stessi. Le grandezze cui il testo ha assegnato uno specifico simbolo devono conservare nelle risposte lo stesso simbolo.

2 Soluzione

- 1) Sia v_z la componente della velocità dell'aereo in direzione perpendicolare al terreno (la pista) e v_{or} quella orizzontale (parallela alla pista); $v^2 = v_z^2 + v_{or}^2$. Sappiamo che l'energia cinetica $E_{or} = \frac{1}{2}m_{aereo}v_{or}^2$ viene dissipata in altro modo (ad esempio dalla resistenza dell'aria sugli alettoni che vengono aperti quando inizia l'atterraggio). L'energia cinetica dell'aereo

$$E_z = \frac{1}{2}m_{aereo}v_z^2 \quad (1)$$

corrispondente alla sua velocità in direzione perpendicolare alla pista deve essere ammortizzata. Assumendo di avere un solo ammortizzatore il sistema fisico si schematizza con una massa puntiforme m_{aereo} collegata ad una molla diretta lungo la direzione verticale z di costante elastica k . Se questo sistema oscilla con una ampiezza A_z (quando l'aereo tocca terra) la sua energia potenziale è

$$E_p = \frac{1}{2}kA_z^2 \quad (2)$$

Se vogliamo ammortizzare tutta l'energia cinetica (1) occorre che sia:

$$E_p = E_z \quad (3)$$

cioè, l'energia cinetica dell'aereo in direzione verticale diventa energia potenziale di oscillazione dell'aereo, energia che poi pian piano si smorza per attrito. Ovviamente mentre l'aereo oscilla (parliamo solo della direzione verticale) esso accelera e decelera, quindi è un sistema non inerziale, il che significa che ogni passeggero all'interno è soggetto a decelerazioni e accelerazioni uguali ed opposte a quelle dell'aereo stesso. È ovvio che per un buon atterraggio esse devono essere minimizzate. Per capire se sia meglio un ammortizzatore rigido (k grande) o molle (k piccolo) ricordiamo che la forza elastica per una oscillazione di ampiezza A_z è (in modulo) $F_{elast} = kA_z$, quindi:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{F_{elast}^2}{k} \quad (4)$$

da cui si vede che dovendo avere un certo valore di E_p dato dall'equazione (3), per ridurre il valore di F_{elast} (e quindi delle accelerazioni/decelerazioni dell'aereo) occorre diminuire il valore di k a denominatore, quindi è meglio avere ammortizzatori molli piuttosto che rigidi. Ovviamente non si deve esagerare altrimenti le molle si spaccano all'impatto con il terreno e l'aereo si sfracella con tutti i passeggeri.

- 2) È intuitivo che ruote dotate di pneumatici ammortizzino l'effetto delle asperità del terreno sul passeggero, e infatti le biciclette con le ruote di metallo non si usano più da un pezzo. La loro funzione di ammortizzatori è analoga a quella discussa sopra. Inoltre, è facile sperimentare che gomme molto gonfie equivalgono ad un ammortizzatore più rigido rispetto a gomme poco gonfie. Siccome la formula rilevante è la (4), sapendo di dover percorrere una strada piena di buche è meglio avere gomme un po' meno gonfie. Anche in questo caso è bene non esagerare perché gomme meno gonfie aderiscono di più alla strada quindi c'è più attrito e si fa più fatica. Infatti sulle piste dove si corre in bicicletta, che sono molto lisce, per andare più veloci (a parità di fatica fisica) si usano gomme strette e ben gonfie.

- 3) La massa totale di acqua disponibile nella riserva è (densità dell'acqua $\rho_{acqua} = 1 \text{ g/cm}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$):

$$m_{acqua} = \rho_{acqua} \pi r^2 h = \pi 10^3 \cdot 6.4 \cdot 10^5 \cdot 6 \text{ kg} = 1.2 \cdot 10^2 \cdot 10^8 \text{ kg} = 1.2 \cdot 10^{10} \text{ kg} \quad (5)$$

(si tratta di 12 milioni di tonnellate di acqua). Se la base della riserva di altezza h si trova ad una altezza H dal livello zero, l'energia potenziale posseduta da questa massa di acqua è:

$$E_{pot} = m_{acqua} g \left(H + \frac{h}{2} \right) = 1.2 \cdot 10^{10} \cdot 9.8 \cdot 15 \text{ J} = 1.76 \cdot 10^2 \cdot 10^{10} \text{ J} = 1.76 \cdot 10^{12} \text{ J} \quad (6)$$

La riserva viene tenuta aperta per 16 ore al giorno facendo cadere l'acqua fino al livello zero in modo da far girare le turbine per generare energia elettrica; se l'efficienza del processo fosse 1 (cioè se il 100 % dell'energia potenziale gravitazionale dell'acqua venisse convertita in energia elettrica), questa riserva genererebbe una potenza elettrica:

$$P_{max} = \frac{E_{pot}}{16 \cdot 3600 \text{ s}} = \frac{1.76 \cdot 10^{12}}{5.76 \cdot 10^4} \text{ W} = 3 \cdot 10^7 \text{ W} = 30 \text{ MW} \quad (7)$$

- 4) La potenza sviluppata dal motore permette alla motocicletta di mantenere una velocità v contro le forze che ne ostacolano il moto (attrito del terreno, s dell'aria...) e tendono ad annullare la sua velocità e quindi la sua energia cinetica $E_{cin} = \frac{1}{2}(m_{moto} + m_p)v^2$. vale

$$P = \frac{dE_{cin}}{dt} = (m_{moto} + m_p)v \frac{dv}{dt} \quad (8)$$

dove dv/dt è la variazione di velocità della moto che il motore deve compensare: la moto decelera e il motore deve compensare questa decelerazione, quindi dv/dt è una frazione di v (in ogni secondo la velocità della moto si riduce di una frazione del suo valore). Stimando che questa frazione sia pari ad $1/10$ abbiamo:

$$v = \sqrt{\frac{10P}{m_{moto} + m_p}} \quad (9)$$

A parità di massa del passeggero (e in generale del carico) una moto molto pesante richiede una maggiore potenza per mantenere la stessa velocità. Ruote di raggio più grande sono un vantaggio perché a parità di giri degli ingranaggi permettono di percorrere una maggiore distanza. Usare un fattore moltiplicativo di 4 per la velocità stimata con questa semplice formula sembra essere troppo ottimistico,

- 5) 5a) Il corpo possiede energia cinetica e per attrito questa energia cinetica viene trasformata in calore. 5b) A causa dell'attrito il corpo si scalda. 5c) Si conserva l'energia totale del sistema, energia cinetica più energia termica. 5d) In questo caso l'energia chimica immagazzinata nell'esplosivo viene trasformata in energia meccanica e termica durante l'esplosione.