Fisica I, *a.a.* 2014–2015 – Quinto Appello

7 Gennaio 2016, Ore 9:00 Aula PN1 Polo Porta Nuova

Anna M. Nobili

1 Alcune misure di grandezze fisiche importanti

[1] Consideriamo due osservatori denominati A_1 e A_2 situati sulla superficie della Terra alle latitudini α_1 e α_2 rispettivamente ($\alpha_2 > \alpha_1$) e alla stessa longitudine (il che vuol dire che si trovano sullo stesso meridiano). La Terra è perfettamente sferica (Figura 1).

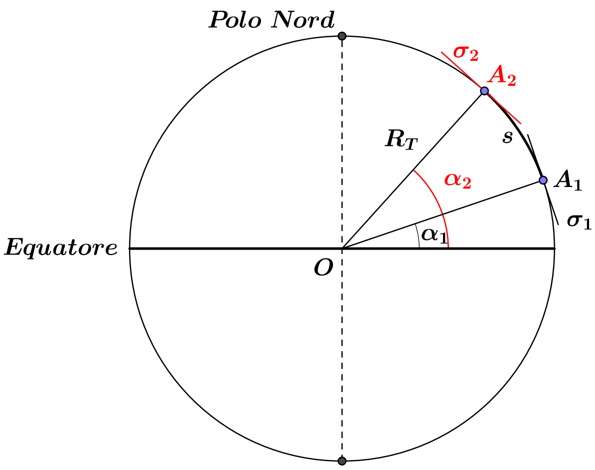

Figura 1: A_1 e A_2 si trovano sullo stesso meridiano terrestre a latitudini α_1 e α_2 ($\alpha_2 > \alpha_1$). R_T è il raggio della Terra. L'arco di meridiano tra i due osservatori è lungo s. In ciascuno dei punti A_1 e A_2 consideriamo il piano tangente alla superficie della Terra (piano orizzontale); ciascuno di essi interseca il piano meridiano lungo una retta (σ_1 e σ_2 rispettivamente).

1. Scrivete la relazione che lega tra loro l'arco s, il raggio R_T e gli angoli α_1 e α_2, specificando in quale unità viene misurata ciascuna di queste grandezze.

2. Gli osservatori A_1 e A_2 sanno che la distanza del Sole è molto maggiore di R_T, e quindi i suoi raggi arrivano paralleli. Un certo giorno X dell'anno, a mezzogiorno, i raggi del sole arrivano lungo la direzione OA_1; in questo caso copiate la Figura 1 e disegnatevi il raggio di sole che arriva su A_1 e quello che arriva su A_2.

Ciascuno dei due osservatori dispone di un palo verticale di altezza h e ogni giorno a mezzogiorno misura la lunghezza della sua ombra sul terreno. Nel giorno X a mezzogiorno la situazione per A_2 è come in Figura 2.

3. Dite come si ottiene il valore di β avendo misurato ℓ ed h

4. Confrontando la Figura 2 con la vostra Figura 1 dite che relazione c'è tra l'angolo β e l'angolo $\alpha_2 - \alpha_1$

[1] **Le risposte ai quesiti devono essere numerate come i quesiti stessi. Le grandezze cui il testo ha assegnato uno specifico simbolo devono conservare nelle risposte lo stesso simbolo. Ogni simbolo deve essere definito.**

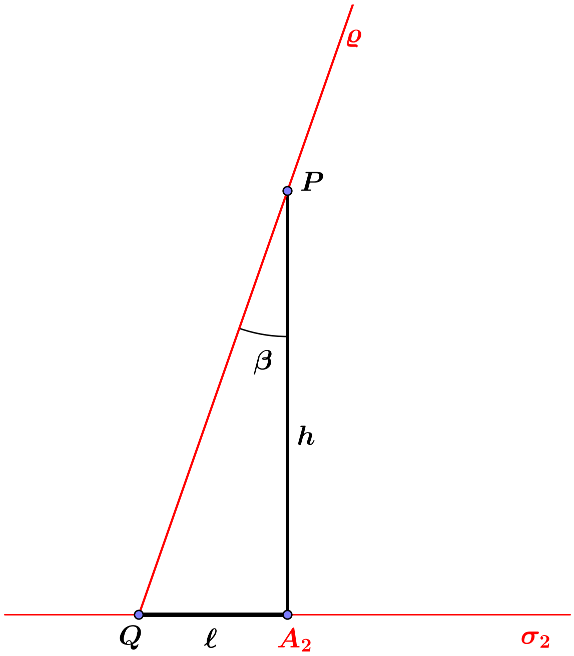

Figura 2: Nel giorno X a mezzogiorno A_2 vede i raggi di sole venire lungo la direzione ϱ e ℓ è la lunghezza dell'ombra del palo di altezza h.

5. Avendo risposto alle domande 3 e 4 dite quale altra grandezza dovete misurare per ottenere il valore di R_T.

Assumete ora di conoscere per altre vie il valore della distanza Terra-Sole ($d_{TS} \simeq 1.5 \cdot 10^{11}$ m). Se l'osservatore A_1 misura il flusso di energia solare $\Phi_{superificie}$ che arriva a mezzogiorno del giorno X (ad esempio usando l'energia del sole per aumentare di un grado la temperatura di una quantità nota di acqua) tenendo conto che l'atmosfera terrestre assorbe circa la metà del flusso di energia solare, calcolate la potenza emessa dal sole L_S. Per prima cosa scrivete le unità in cui si misurano $\Phi_{superificie}$ e L_S e poi scrivete la relazione che lega tra loro queste due grandezze.

2 Soluzione

1. La relazione tra l'arco s, il raggio R_T e l'angolo $\alpha_2 - \alpha_1$ è:

$$s = R_T \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \tag{1}$$

   dove gli angoli α_2 e α_1 sono misurati in radianti e le lunghezze s ed R_T sono misurate nella stessa unità, per esempio entrambe in metri oppure entrambe in chilometri.

2. Una copia della Figura 1 con le aggiunte richieste dal testo è riportata in Figura 3

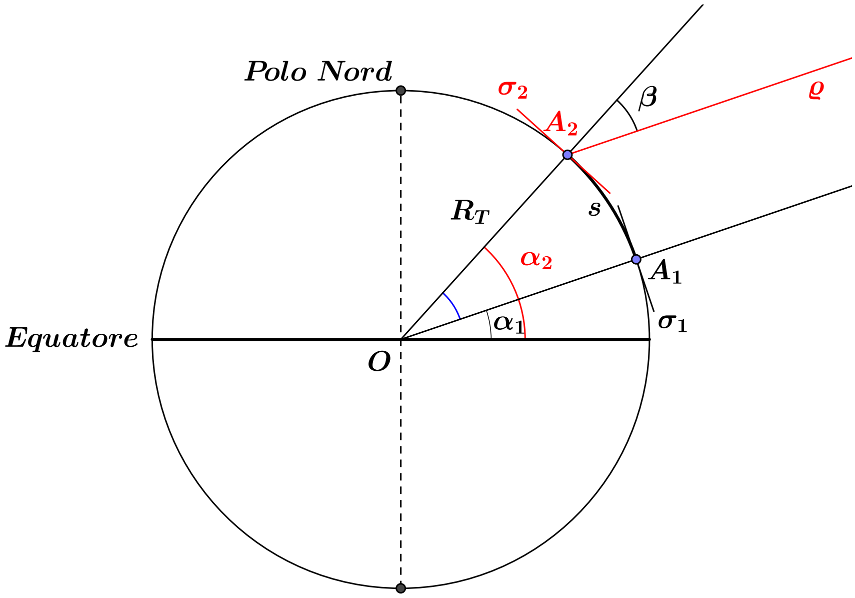

Figura 3: Copa della Figura 1 in cui sono stati riportati per gli osservatori A_1 e A_2 i raggi del sole nel giorno X a mezzogiorno secondo le informazioni fornite in proposito dal testo. Il raggio di sole in A_2 viene indicato con lo stesso simbolo ϱ di Figura 2 in quanto è ad esso parallelo. Sempre in A_2 il prolungamento in direzione radiale di R_T rappresenta il palo mostrato in Figura 2. Quindi l'angolo β qui mostrato è opposto al vertice e perciò uguale a quello indicato in Figura 2.

3. Come appare chiaro dalla Figura 2 la relazione tra β, ℓ ed h è:

$$\ell = h \tan\beta \tag{2}$$

   quindi, poiché la lunghezza h del palo e quella della sua ombra a mezzogiorno del giorno X sono facilmente misurabili dall'osservatore A_2, egli conosce anche il valore dell'angolo β.

4. Dalla Figura 3 si vede facilmente che

$$\beta = \alpha_2 - \alpha_1 \tag{3}$$

   quindi l'osservatore A_2 conosce anche il valore di $\alpha_2 - \alpha_1$

5. Poiché l'osservatore A_2 conosce il valore di $\alpha_2 - \alpha_1$, ricordando la (1) è evidente che per poter conoscere il valore del raggio della Terra R_T gli manca soltanto il valore della lunghezza dell'arco s. Per misurarlo deve munirsi di un metro e camminare verso Sud lungo il proprio meridiano (quindi senza mai deviare né verso Est né verso Ovest) e misurare fisicamente la distanza percorsa fino ad incontrare l'osservatore A_1.

È in questo modo che il greco Eratostene ha misurato il valore del raggio terrestre circa due secoli prima di Cristo. L'osservatore A_1 si trovava a Siene (oggi Assuan), mentre A_2 si trovava ad Alessandria d'Egitto. Il giorno X era il giorno del solstizio d'estate (21 giugno) e Eratostene si era accorto che ad Assuan in quel giorno a mezzogiorno i raggi del Sole illuminavano il fondo dei pozzi, cioè arrivavano a perpendicolo. Infatti Assuan ha una latitudine di 24° Nord, che è molto vicina ai 23.5° del Tropico del Cancro dove appunto i raggi del Sole arrivano perpendicolari a mezzogiorno del 21 giugno di ogni anno.

Risposta all'ultima domanda del testo.

Il flusso $\Phi_{superficie}$ si misura in $\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^2\mathrm{s}} = \mathrm{kgm}^2\mathrm{s}^{-2}\mathrm{m}^{-2}\mathrm{s}^{-1} = \mathrm{kgs}^{-3}$.
La potenza L_s si misura in $\mathrm{W} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}} = \mathrm{kgm}^2\mathrm{s}^{-2}\mathrm{s}^{-1} = \mathrm{kgs}^{-3}$.

Ad una generica distanza r dal centro di massa O del Sole l'energia emessa in ogni secondo si distribuisce su di una sfera di raggio r la cui superficie è $4\pi r^2$. Su ogni metro quadrato di tale superficie arriverà dal Sole, in ogni secondo, il flusso di energia $\Phi(r) = \frac{L_S}{4\pi r^2}$.

L'osservatore A_1 si trova sulla superficie della Terra a distanza $d_{TS} - R_T$ da O. La Terra è circondata da una atmosfera che risulta per la maggior parte concentrata in uno strato dello spessore $d_{atm} \simeq 10\,\mathrm{km}$, quindi trascurabile rispetto al raggio terrestre, sulla quale arriva il flusso solare. Ogni metro quadrato di atmosfera riceverà in ogni secondo il flusso di energia:

$$\Phi_{atm} \simeq \frac{L_S}{4\pi(d_{TS} - (R_T + d_{atm}))^2} \simeq \frac{L_S}{4\pi(d_{TS} - R_T)^2} \tag{4}$$

Anche il raggio terrestre R_T è molto minore della distanza Terra-Sole ($\frac{R_T}{d_{TS}} \simeq \frac{6.4 \cdot 10^6}{1.5 \cdot 10^{11}} \simeq 4.3 \cdot 10^{-5}$) quindi:

$$\Phi_{atm} \simeq \frac{L_S}{4\pi d_{TS}^2 \left(1 - \frac{R_T}{d_{TS}}\right)^2} \simeq \frac{L_S}{4\pi d_{TS}^2}\left(1 + 2\frac{R_T}{d_{TS}}\right) \simeq \frac{L_S}{4\pi d_{TS}^2} \tag{5}$$

Sapendo che l'atmosfera stessa assorbe circa la metà di questo flusso, il flusso aspettato per l'osservatore A_1 sulla superficie terrestre è:

$$\Phi_{superficie} \simeq \frac{L_S}{8\pi d_{TS}^2} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \tag{6}$$

Misurando questo valore, ad esempio con il metodo accennato nel testo, e conoscendo il valore della distanza Terra-Sole d_{TS}, l'osservatore A_1 potrà ottenere il valore della potenza L_s, cioè dell'energia che il Sole emette in ogni secondo.