

S2 - Seconda settimana, lezioni del 21 e 23 febbraio 2017

- Forza elastica (in una dimensione) ed energia potenziale della forza elastica
- Caso di lunghezze di riposo non nulla: esercizio su cambio di variabile
- Pendolo: esercizio sulla conservazione dell'energia
- Relazione tra angolo, raggio ed arco
- Caduta gravi: esercizio su conservazione di energia (somiglianza col pendolo)
- Come si scrivono le equazioni del moto (concetti di grado di libertà, legge oraria e traiettoria): procedura ed esempio

<http://edvos.dm.unipi.it/home/nobali.html>

Energia potenziale della FORZA ELASTICA

Ipotesi: nessuna dissipazione di energia  
 - massa della molla trascurabile

1 grado di libertà

$F \propto k(x - l_0)$

$\vec{F}(t) = -k(x - l_0) \hat{x}$

$F = -k(x - l_0)$

$F = -k$  (modulo dell'allungamento o accorciamento della lunghezza di riposo)

Sempre diretta verso la posizione di riposo della molla

$\vec{F}(t) = k(l_0 - x(t)) \hat{x} = -k(x(t) - l_0) \hat{x}$

$k > 0$

$[k] = \frac{N}{m}$  costante elastica di traslazione

$= \frac{k_g m s^{-2}}{m} = k_g s^{-2} x$

$U(x) - U(l_0) = - \int_{l_0}^x d\mathcal{L}$

$d\mathcal{L} = -k(x - l_0) dx$

$= -k(x - l_0) d(x - l_0)$

$d(x - l_0) = dx - d l_0$

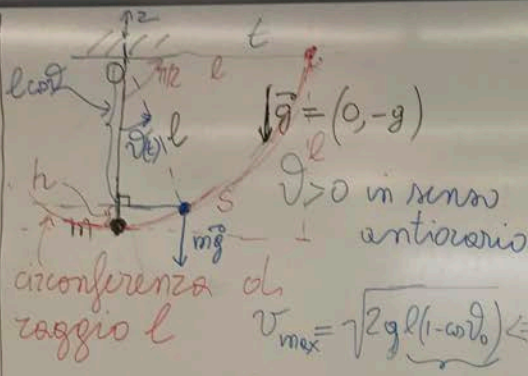
$\varphi = x - l_0$

$U(x) = \frac{1}{2} k (x - l_0)^2$  riposo

$U(\varphi) = \frac{1}{2} k \varphi^2 > 0$  ok

$= - \int_0^{\varphi} (-k \varphi' d\varphi') = +k \int_0^{\varphi} \varphi' d\varphi' = \frac{1}{2} k \varphi^2$

$= U(\frac{\varphi}{k}) - U(0)$



1 grado di libertà  $\vartheta$

$$U(\vartheta) = mgh = mgl(1 - \cos\vartheta)$$

$t=0 \quad \vartheta(0) = \vartheta_0$  velocità iniziale nulla

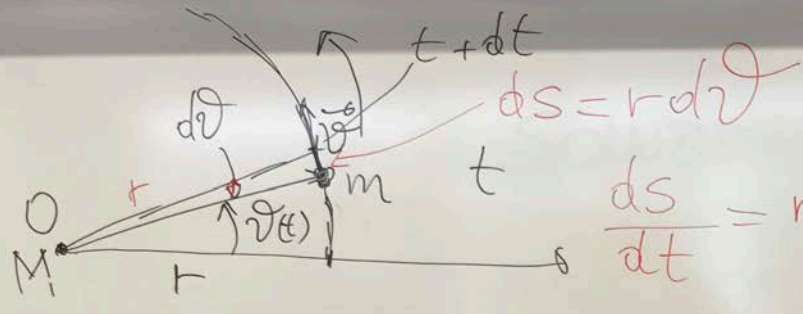
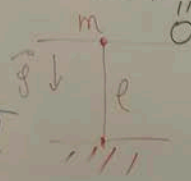
$$E_1 = mgl(1 - \cos\vartheta_0) + E_{cinetica}$$

$$E_2 = mgl(1 - \cos 0) + \frac{1}{2} m v_{max}^2$$

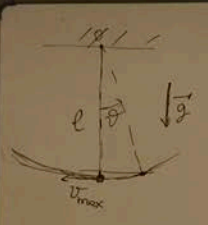
$$\vartheta_0 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow v_{max} = \sqrt{2gl}$$

corpo che cade da altezza l:

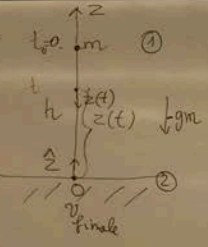
$$mgl = \frac{1}{2} m v_{max}^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{2gl}$$



$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\vartheta}{dt}$$



$$v_{max} = \sqrt{2gh}$$



$$z(t), \dot{z}(t) = \frac{dz}{dt} \quad \ddot{z} = \frac{d}{dt} \left( \frac{dz}{dt} \right)$$

$$E(z, \dot{z}) = mgz + \frac{1}{2} m \dot{z}^2$$

$$E_1 = mgh + \phi$$

$$E_2 = \phi + \frac{1}{2} m v_{finale}^2 \Rightarrow v_{finale} = \sqrt{2gh}$$

$$\Delta t = 1s \Rightarrow \frac{\Delta(mv_{finale})}{\Delta t} = 2 \cdot 10^3 N$$

es.  $F = Mg \Rightarrow M = \frac{2 \cdot 10^3}{9.8} \approx 200 kg$

$\Delta t = 0.1s \rightarrow 20000 kg$

Es.  $h = 40m \quad v_{finale} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 40} \text{ ms}^{-1} \approx 28 \text{ ms}^{-1} = 28 \cdot 3600 \text{ m/hr} = 28 \cdot 3.6 \text{ km/hr} = 100 \text{ km/hr}$

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (mv) = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}$$

$\downarrow$  quantità di moto lineare

$$\frac{\Delta(mv_{finale})}{\Delta t} = \frac{mv_{finale} - 0}{\Delta t} = \frac{20 \cdot 28 \text{ kg ms}^{-1}}{0.1s} = 2 \cdot 10^3 \frac{kg \text{ ms}^{-1}}{s}$$

- i) gradi di libertà
- ii) scelte delle coordinate e verso degli assi coordinate
- iii) individuare le forze in gioco  
→ vettore risultante di tutte le forze

1

$\ddot{z} = -g$  → costante  $t=0 \begin{cases} z(t=0) = h \\ \dot{z}(t=0) = 0 \end{cases}$

$z(t)$

LEGGE ORARIA:  $z(t)$ ?

$\hat{z}$

velocità  $\dot{z}(t) = \int -g dt + \text{costante}_1 = -g \int dt + \text{costante}_1$

$\sqrt{z} m$

$= -gt + \text{costante}_1$

$m \ddot{z}(t) = -mg$

$z(t) = \int -g t dt + \text{costante}_2 =$

$= -g \frac{t^2}{2} + \text{costante}_2$

$z(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$  legge oraria

iv) eq. moto

(somma vettoriale)

RI

$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}$

$\vec{F}(t)$  vettore posizione istantanea

RNI

$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F} + \vec{F}_{inerciali}$