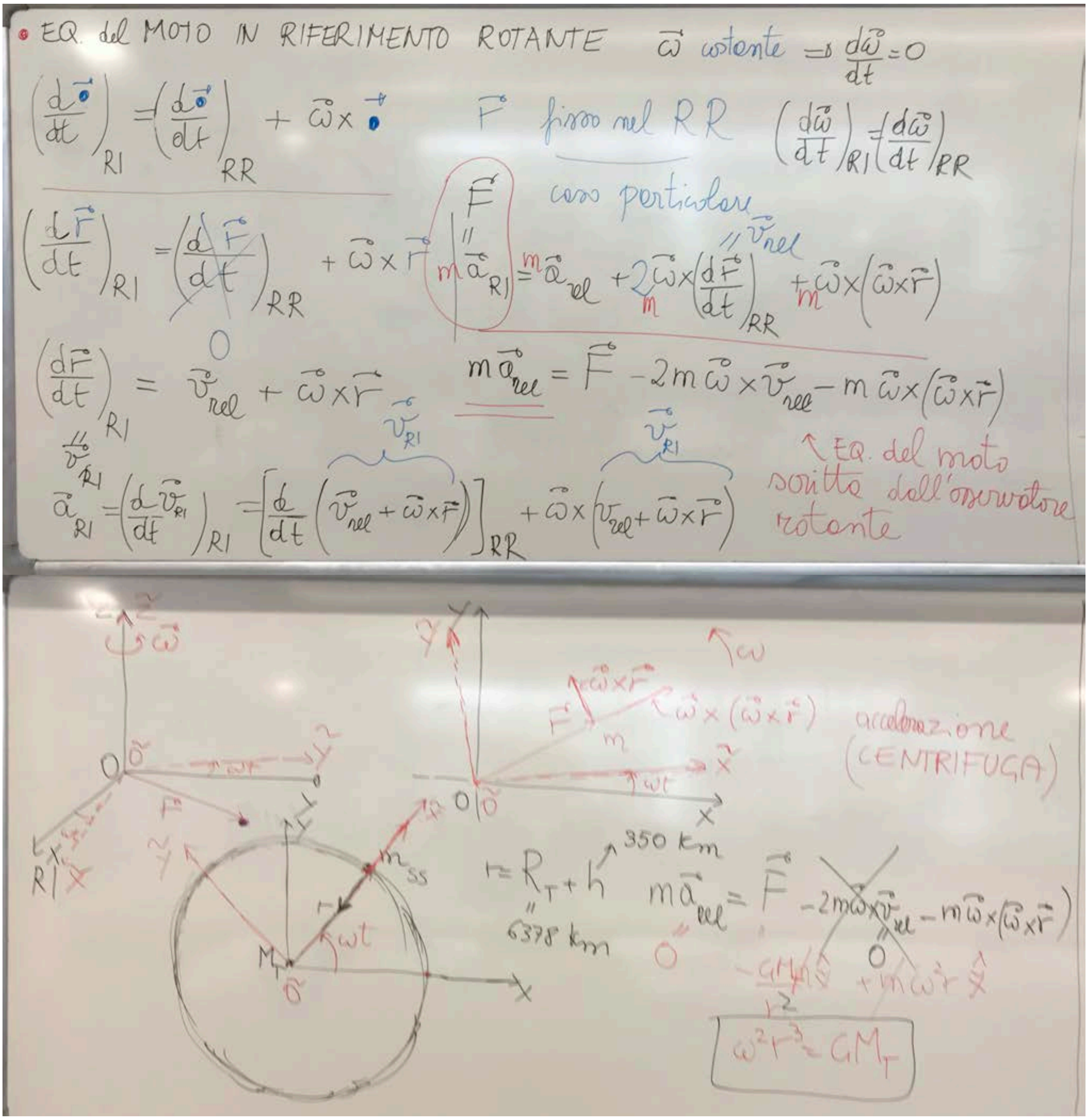
S4 - Quarta settimana, lezioni del 7 e 9 marzo 2017

- Equazioni del moto in un riferimento rotante e forze apparenti (o inerziali)
- Forza centrifuga: applicazione al caso di un satellite in orbita circolare attorno alla terra, calcolo di periodo e velocità; calcolo della velocità della terra attorno al sole (confronto con la velocità lineare di un punto sulla superficie della terra a causa della sua rotazione rispetto ad un sistema non rotante)
- Conservazione dell'energia e calcolo dà della velocità di fuga dalla terra
- Conservazione della quantità di moto applicata al problema del razzo (variazione di velocità in funzione dalla quantità di massa espulsa e della sua velocità di espulsione)
- Accelerazione di Coriolis: applicazione ad un pendolo oscillante sulla terra che ruota (pendolo di Focault). Moto del piano di oscillazione del pendolo nel riferimento inerziale e in quello rotante
- Calcolo del periodo di rotazione del piano di oscillazione del pendolo (caso di un pendolo al polo Nord). Richiami sul prodotto vettore.



$\omega P = 2\pi \qquad \omega = \frac{2\pi}{P} \qquad G = 6.67\times 10^{-11}\ m^3 s^{-2} kg^{-1} \rightarrow GM_T \simeq 3.99\times 10^{14}\ m^3 s^{-2}$

$4\pi^2 \frac{r^3}{P^2} = GM_T \qquad M_T = 5.98\cdot 10^{24}\ kg \qquad r_{SS} = 6.73\times 10^6\ m$

$$P^2_{SS} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T} = \frac{4\pi^2 \cdot (6.378)^3 \cdot 10^{18}}{3.99\cdot 10^{14}} = \frac{4\pi^2 (6.378)^3}{3.99}\cdot 10^4$$

$P_{SS} \simeq \frac{2\pi}{\sqrt{3.99}} (6.378)^{3/2}\cdot 10^2\ s =$ 5x10^3 s=1.4 ore

$$v_{SS} = \omega r = \sqrt{\frac{GM_T}{r^3}}\ r = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \qquad v_{SS} = \sqrt{\frac{3.99\times 10^{14}}{6.73\times 10^6}}\ ms^{-1} = \sqrt{\frac{3.99}{6.73}}\ 10^4 = 7.7\times 10^3\ ms^{-1} = 7.7\ Km\,s^{-1}$$

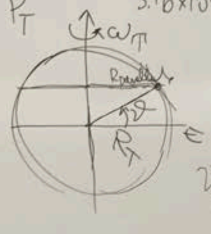
$= 7.7\cdot 3.6\times 10^3\ Km/h = 2.8\times 10^4\ Km/h$

$M_S \simeq 2\cdot 10^{30}\ kg \qquad P_T = \underbrace{365.25}\cdot 86400\ s \simeq 3.16\times 10^7\ s \qquad GM_S = 6.67\cdot 10^{-11}\cdot 2\times 10^{30}\ m^3 s^{-2} = 1.3\times 10^{20}\ m^3 s^{-2}$

$$d^3_{TS} = GM_S \cdot \frac{P_T^2}{4\pi^2} \simeq \frac{1.3\times 10^{20}\cdot (3.16)^2 \cdot 10^{14}}{4\pi^2} = \frac{1.3\,(3.16)^2}{4\pi^2}\cdot 10 \cdot 10^{33}\ m^3$$

$d_{TS} = 1.5\times 10^{11}\ m$

$$v_T = \frac{2\pi}{P_T} d_{TS} = \frac{2\pi}{3.16\times 10^7}\cdot 1.5\times 10^{11}\ ms^{-1} = \frac{2\pi\cdot 1.5}{3.16}\cdot 10^4\ ms^{-1} \simeq 3\times 10^4\ ms^{-1} = 30\ Km s^{-1} = 3\times 3.6\times 10^4\ Km/h \simeq 100000\ km/h$$



$$\omega_{T_{diurno}} = \frac{2\pi}{86164} \simeq \frac{2\pi}{8.6}\times 10^{-4}\ rad\,s^{-1} = 7.3\times 10^{-5}\ rad\,s^{-1}$$

$$v_{noi} = \omega_{T_{diurna}} \cdot R_T \cos\vartheta = 7.3\times 10^{-5}\cdot 6.378\times 10^6 \cos\vartheta_{Pisa} \quad 7.3\cdot 6.378\times 10 \cos\vartheta_{Pisa} \simeq 4.6\times 10^2 \cos\vartheta_{Pisa}\ ms^{-1} = 1200\ Km/h$$

$km/h \quad 1.676\times 10^3 \cos\vartheta_{Pisa}$

$$\frac{GM_T}{r^2} = \omega^2 r \Rightarrow \omega^2 r^3 = GM_T \rightarrow \frac{4\pi^2}{P^2} r^3 = GM_T$$

$\omega P = 2\pi$

$P = \frac{2\pi}{\omega}$

$GM_T = 3.99\times 10^{14}\ m^3 s^{-2} \qquad P^2_{SS} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T} = \frac{4\pi^2 (6.73)^3\cdot 10^{18}}{3.99\times 10^{14}}\ s^2$

$r_{ISS} \simeq 6730\ km = 6.73\times 10^6\ m \qquad \simeq \underbrace{\pi^2 (6.73)^3}_{3\cdot 10^3} 10^4\ s^2 \simeq 3\times 10^7\ s^2$

$P = \sqrt{30\cdot 10^6} = \sqrt{30}\cdot 10^3\ s \simeq 5.5\times 10^3\ s \simeq \frac{5.5\times 10^3}{3.6\cdot 10^3} \simeq 1.5\,h$

$v_c = \omega r = \sqrt{\frac{GM_T}{r^3}}\cdot r = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$ ← velocità sull'orbita circolare di raggio r

$$v_{SS} = \sqrt{\frac{3.99\times 10^{14}}{6.73\times 10^6}} = \sqrt{\frac{3.99}{6.73}}\cdot 10^4\ ms^{-1} \simeq 7.7\times 10^3\ m\,s^{-1} \simeq 7.7\ kms^{-1} \simeq 28000\ km/h$$

1) $m, \ R_T, \ v_i$ $\qquad E_i = \frac{1}{2} \cancel{m} v_i^2 - \frac{G M_T \cancel{m}}{R_T} = 0$ $\qquad v_i^2 \to v_{fuga}^2$

2) "r_∞", $v_f = 0$ $\qquad E_f = 0 + 0$

$$\Downarrow \quad v_{fuga} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{2}\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}$$

$$\frac{m^{3} s^{-2} \cancel{kg}^{-1} \cancel{kg}\, kg}{\cancel{m}}$$

$F = ma = m \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\underset{p}{mv})$ quantità di moto lineare

$F = 0 \Rightarrow p = \text{costante}$

$m, v \qquad p = mv$

i: m_i, v_i

f: Δm $v_{espulsione}$ v_f, m_f

$\Delta m \ll m$

$m \Delta v \simeq -v_{espulsione} \Delta m$

$m\, dv = -v_{espulsione}\, dm$

$m - \Delta m = m\left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right) \simeq m$

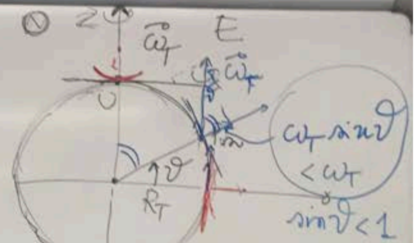
$$\int_{v_i}^{v_f} dv \simeq -v_{espulsione} \int_{m_i}^{m_f} \frac{dm}{m}$$

$$v_f - v_i \simeq v_{espulsione} \ln \frac{m_f}{m_i}$$

$$\boxed{\underset{\Delta v}{v_f - v_i} \simeq v_{espulsione} \ln \frac{m_i}{m_f}}$$

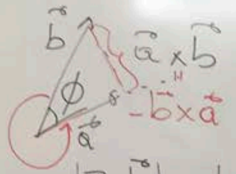
$$\vec{a}_{rel} = \vec{a}_{RI} - 2\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

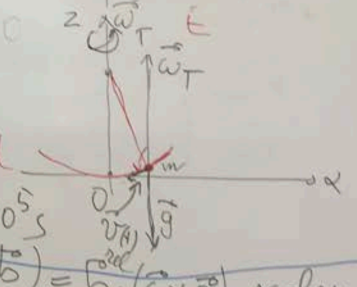
$\vec{a}_{rel}$: rispetto a RR; $\vec{a}_{RI} = \frac{\vec{F}}{m}$; acc Coriolis; acc. centrifuga



$$P_{piano\ pendolo}\left(\vartheta = \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\pi}{\omega_T} \simeq 86164\,s$$

$$P_{piano\ pendolo}(\vartheta) = 86164 \times \frac{1}{\sin\vartheta}\ s$$





$|\vec{a} \times \vec{b}| = a b \sin\phi$

a 45° lat. Nord $P(45°) \simeq 1.2 \times 10^5\, s \simeq 1.4\, d$

$$\begin{array}{c} \\ 123 \end{array} \quad \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}$$

$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$

$\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$

$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})$ scalare

$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$