

Esercizi su: molle in serie e molle in parallelo; smorzamento di effetti a frequenza superiore alla frequenza di risonanza di un oscillatore.

Esercizio su dinamometro (cenni sugli errori di misura).

Esercizio su: proiettile sparato in verticale verso l'alto da un cannone fermo e da un cannone in moto rettilineo uniforme. Cosa cambia nei due casi per la posizione e la velocità relativa tra proiettile e cannone all'istante in cui il proiettile ricade?

Esercizio su: calcolo dell'equazione della traiettoria di un oscillatore armonico nel piano

ESERCIZIO: molle in serie

$[k] = N/m$

Se $k_1 = k_2 = k$
 $k_{eq} = \frac{k^2}{2k} = \frac{k}{2}$

Se $k_2 \ll k_1 \rightarrow \frac{k_2}{k_1} \ll 1$
 $k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 (1 + \frac{k_2}{k_1})} \approx k_2 (1 - \frac{k_2}{k_1} \dots)$
 $\frac{1}{1+\epsilon} \approx 1 - \epsilon$

posizione di equilibrio:
 $F = k_{eq} \Delta z \Rightarrow \Delta z = \frac{F}{k_{eq}}$

forza applicata Forza di richiamo della molla

$k_{eq} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

$F = k_1 \Delta z_1$
 $F = k_2 \Delta z_2$
 $\Delta z_1 = \frac{F}{k_1}$ $\Delta z_2 = \frac{F}{k_2}$
 $\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2 = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} = F \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) = F \frac{(k_1 + k_2)}{k_1 k_2} = \frac{F}{\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}} = \frac{F}{k_{eq}}$

Esercizio: molle in parallelo

$k_{tot} = 2k$

$\omega_0? \quad m \approx 400 \text{ kg}$ (totale)

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{tot}}{m}} = \sqrt{\frac{1.4 \times 10^5}{400}} \text{ rad/s}$

moto con 2 molle "ammortizzatori"

$m = 400 \text{ kg}$

$mg \sin \alpha = 400 \cdot 9.8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ N} = 2.8 \times 10^3 \text{ N}$

$\alpha = \frac{\pi}{4}$

$mg \sin \alpha = k_{tot} \Delta l \Rightarrow k_{tot} = \frac{mg \sin \alpha}{\Delta l}$

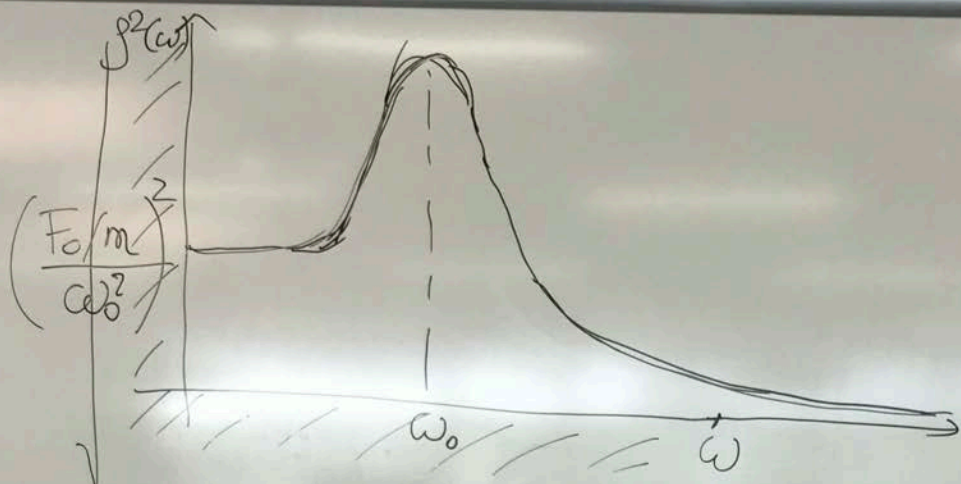
Se $\Delta l = 2 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$ a pieno carico $\Rightarrow k_{tot} = \frac{2.8 \times 10^3}{2 \times 10^{-2}} \frac{N}{m} = 1.4 \times 10^5 \frac{N}{m}$

$\approx \sqrt{\frac{1.4 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^2}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 10^2}{4}} \text{ rad/s}$

$\approx 18.7 \text{ rad/s}^{-1}$

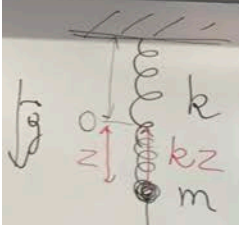
$= 2\pi \nu_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{18.7}{2\pi} \text{ Hz}$

$\nu_0 \approx 0.33 \text{ s}$



$\omega \gg \omega_0 \rightarrow p^2 \rightarrow 0$ ← AMMORTIZZATORE

Smorzamento
(meglio se coefficiente di dissipazione grande)



k, g dati

$m = \left(\frac{k}{g}\right) z$

$kz = mg$ forza peso
EQUILIBRIO

tra forza peso e forza elastica
Es: $\begin{cases} 10g \rightarrow 1cm \\ 1g \rightarrow 1mm = 10^{-3}m \\ 10^{-3}g \rightarrow 1\mu m \end{cases}$

SENSORE

- risoluzione
- range dinamico

+ SISTEMA DI LETTURA

↑ Se misura l'allungamento z
⇒ misura m

z_1
...
 z_N
$$\bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^N z_i}{N}$$

MISURA DI GRANDEZZE FISICHE

- sensore
- lettore

ACCURATA
& PRECISA

ACCURATA
(non precisa)

• RISOLUZIONE

• RANGE DINAMICO

- ERRORI CASUALI (RANDOM)

- ERRORI SISTEMATICI

$$\propto \frac{1}{\sqrt{N}}$$

x_1
⋮
 x_N

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

PRECISA
(non accurata)

ESERCIZIO: proiettile sparato da fermo v_0 in moto (a $V = \text{costante}$)

CONS. ENERGIA

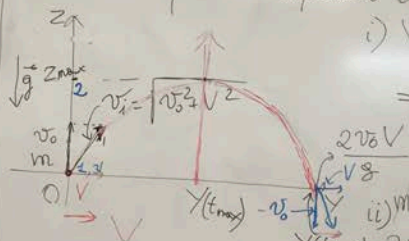
i) $V=0$ z_{\max} ? $v_{\text{finale}}?$ $E_1 = \frac{1}{2} m v_0^2 + 0 = E_2 = mgz_{\max} + 0$

$$\Rightarrow z_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = m g z_{\max}$$

$$E_2 = mgz_{\max} = E_3 = \frac{1}{2} m v_{\text{finale}}^2$$

$$v_{\text{finale}}^2 = 2g z_{\max}$$



ii) $m \ddot{z} = -mg$ $\dot{z} = -gt + \dot{z}(0)$

$$z(t) = -g \frac{t^2}{2} + v_0 t + z(0)$$

TRAIETTORIA: eliminare t da $z(t), y(t)$

$$y = \dot{y}(0) t = V t \Rightarrow y(t) = vt + y(0)$$

$$\dot{z} = -\frac{1}{2} g \frac{y^2}{V^2} + \frac{v_0}{V} \dot{y} \quad \leftarrow t = y/V$$

$$z = -\left(\frac{1}{2} \frac{g}{V^2}\right) y^2 + \frac{v_0}{V} y \quad \text{parabola}$$

$$\dot{z}(t_{\max}) = 0 = -g t_{\max} + v_0 \Rightarrow t_{\max} = \frac{v_0}{g} \Rightarrow t_{\text{finale}} = 2 t_{\max} = \frac{2v_0}{g}$$

$$y(t_{\text{finale}}) = V t_{\text{finale}} = \frac{2v_0 V}{g}$$

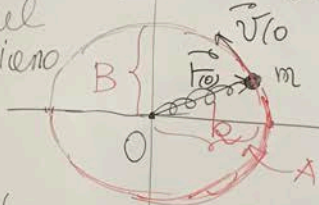
$$y(t_{\text{finale}}) = y_{\text{gittata}}$$

$$V t_{\text{finale}} = \frac{2v_0 V}{g}$$

VELOCITA' RELATIVA FINALE TRA PALLA e CANNONE: $-v_0$ lungo z (come nel caso $V=0$!)

ESERCIZIO:

traiettoria di un oscillatore
nel
piano



$$\vec{F} = -k\vec{r} \quad \left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x} = -kx \\ m\ddot{y} = -ky \end{array} \right.$$

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$t=0$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{r}(0) = (A, 0) \\ \dot{\vec{r}}(0) = (0, v_0) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = A \cos(\omega_0 t) \\ y(t) = B \sin(\omega_0 t) \end{array} \right.$$

$$\dot{x}(t) = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t) \Rightarrow \dot{x}(0) = 0$$

$$\dot{y}(t) = \omega_0 B \cos(\omega_0 t) \Rightarrow \dot{y}(0) = \omega_0 B = v_0$$

$$\frac{x}{A} = \cos(\omega_0 t)$$

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

$$\Rightarrow B = \frac{v_0}{\omega_0}$$

$$\frac{y}{B} = \sin(\omega_0 t)$$