

Sesta settimana - 10 maggio 2017, ore 11:30-13:30, Aula B.1.1

Esercizio su sbarra rigida, momento della forza gravitazionale, rotazione e forza elastica: sbarra rigida con 2 masse diverse agli estremi che può ruotare nel piano verticale. Non è in equilibrio. Si può usare una molla per tenerla in equilibrio orizzontale. Di quanto si allunga? Se si taglia la molla, ruota in senso orario. Quando arriva in posizione verticale quanto è la velocità angolare e quanto sono le velocità lineari? Il centro di massa non è nel punto di mezzo e quindi, quando ruota, è soggetto d una forza centrifuga che dovrà essere sostenuta dal perno centrale.

Esercizio su messa in rotazione di un cilindro che si può muovere anche di moto traslatorio; momento della forza applicata e variazione del momento angolare; energia cinetica di rotazione e traslazione e lavoro fornito.

<http://edros.dm.unipi.it/homendoli.html>

$\vec{v}_1 = \omega_{vert} \frac{L}{2}$   $\vec{g} = (0, 0, -g)$   $F = -kx$   
 $[k] = \frac{N}{m} = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m}$   
 $k \Delta l = m_1 g = \frac{1}{3} M g$   
 $\Delta l = \frac{Mg}{3k}$   
 $m_1 = \frac{1}{3} M \rightarrow m_2 = \frac{2}{3} M$

$E_1 = 0$   
 $E_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{12} M L^2 \right) \omega_{vert}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} M \frac{L^2}{4} \right) \omega_{vert}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} M \frac{L^2}{4} \right) \omega_{vert}^2 + \frac{1}{2} M g \frac{L}{2}$   
 $T = \frac{1}{2} I \omega^2$   $(kg \cdot m^2 \cdot s^{-2})$   
 $\frac{L}{2}$   $\lambda$   $k_g/m$   
 $\lambda L = M$   
 $\int y^2 dm = \int y^2 \lambda dy = \lambda \int y^2 dy = \lambda \frac{y^3}{3} = \frac{1}{3} \lambda L^3 = \frac{1}{24} M L^2$

$0 = \omega_{vert}^2 \left[ \frac{1}{24} M \left( \frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{12} \right) + M g \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) \right] = \omega_{vert}^2 L \frac{1}{6} + g \frac{1}{6} \Rightarrow \omega_{vert}^2 = \frac{g}{L}$   
 $\vec{v}_1 = \omega_{vert} \frac{L}{2} = \sqrt{\frac{g}{L}} \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{gL}$   
 $\vec{v}_2 = (0, \frac{1}{2} \sqrt{gL}, 0)$   $\vec{v}_2 = (0, -\frac{1}{2} \sqrt{gL}, 0)$   
 $R = \frac{1}{2} M R^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2}$   
 $\frac{1}{2} M R^2$   
 $\frac{d\theta}{dt}$  ← velocità angolare  
 $\frac{d^2 \theta}{dt^2}$  ← accelerazione angolare  
 $\vec{N} = \vec{R} \times \vec{F}$   $N = \frac{dL}{dt}$   $L = I \frac{d\theta}{dt}$   
 $N = R F$   $(F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = m a)$

$t^*$  tempo finale (quando tutta l'accelerazione) |  $\frac{dv}{dt} = \left( \frac{2F}{MR} \right) t + \frac{dv}{dt} \Big|_{t=0}$   
 $l = R \theta(t^*) = R \frac{F}{MR} t^* = \frac{F}{M} t^{*2}$   
 $t^* = \sqrt{\frac{Ml}{F}} \Rightarrow \frac{dv}{dt} \Big|_{t^*} = \text{velocità angolare massima} = \frac{2F}{MR} \sqrt{\frac{Ml}{F}} = \frac{2}{R} \sqrt{\frac{Fl}{M}}$   
 $M a_x = F$   $a_x = \frac{F}{M}$  costante  $L_{traslazione} = F \Delta x = F x(t^*) = \frac{1}{2} a_x t^{*2} F = \frac{1}{2} \frac{Ml}{F} F = \frac{1}{2} F l$   
 $\Delta L_{rotazione} = N \Delta \theta$   $L_{rotazione} = \frac{Nl}{R} = \frac{F R l}{R} = F l$   $L_{totale} = \frac{3}{2} F l$

$T_{finale} = T_{traslazione}(t^*) + T_{rotazione}(t^*) = \frac{1}{2} F l + F l = \frac{3}{2} F l$   
 $\frac{1}{2} M v_{CM}^2(t^*) = \frac{1}{2} M \left( \frac{F}{M} t^* \right)^2 = \frac{1}{2} M \frac{F^2}{M^2} \frac{Ml}{F} = \frac{1}{2} F l$   
 $= \frac{1}{2} I_{cilindro} \left( \frac{dv}{dt} \Big|_{t^*} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} M R^2 \left( \frac{2}{R} \sqrt{\frac{Fl}{M}} \right)^2 = F l$