Fisica I, *a.a.* 2013–2014 – Primo compitino
12 dicembre 2013

Anna M. Nobili

1 Sfruttamento dell'energia solare (energia, potenza, flusso e uso dei vettori)

Abbiamo visto in un esercizio svolto a lezione che il Sole ha una luminosità (energia emessa al secondo) $L_\odot \simeq 3.84 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$, e poiché la distanza meda tra la Terra e il sole è $d_{\oplus\odot} \simeq 1.49 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$ l'energia che arriva a Terra, al secondo, su una superficie di 1 metro quadrato sulla quale i raggi del Sole incidano perpendicolarmente è $c_\odot \simeq 1380\,\mathrm{W/m^2}$ (detta costante solare, o flusso solare; il raggio della Terra $R_\oplus \simeq 6.4 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$ è $R_\oplus \ll d_{\oplus\odot}$ per cui i raggi del Sole visti dalla superficie terrestre sono tra loro paralleli).

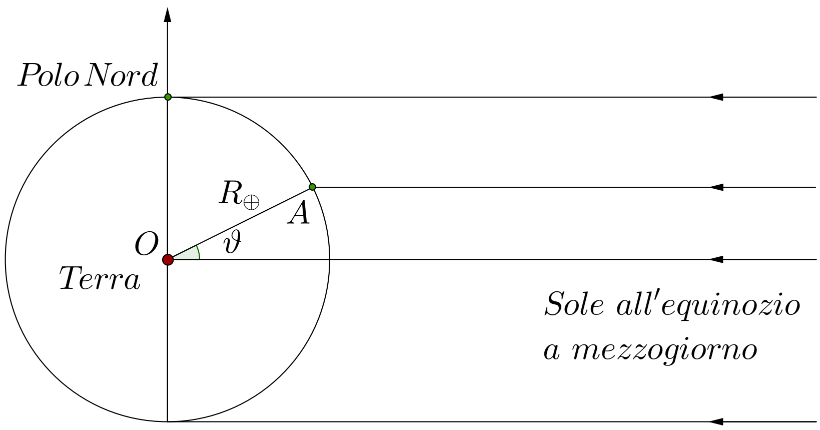

Figure 1: Un Osservatore A a latitudine ϑ nell'emisfero Nord il giorno dell'equinozio (quando i raggi del Sole sono perpendicolari all'asse di rotazione della Terra la durata del periodo di luce e quella del periodo di buio sono uguali). La figura si riferisce a quando per l'Osservatore A è mezzogiorno.

Considerate un osservatore A a latitudine Nord ϑ sulla Terra come in Fig. 1 dove si mostrano i raggi del Sole all'equinozio e a mezzogiorno.

1. Se l'osservatore dispone, nella situazione mostrata in Fig. 1, di un pannello solare di area $\mathcal{A}$ posto sul piano orizzontale quanta potenza riceverà il pannello dal Sole? Cominciate cols disegnare l'intersezione del piano orizzontale dell'Osservatore col piano della Fig. 1.

2. Volendo massimizzare il flusso come suggerite all'Osservatore di disporre il pannello?

3. Se rappresentate con $\hat{s}$ il versore in direzione del Sole e con $\vec{\mathcal{A}}$ il vettore il cui modulo è l'area del pannello e la cui direzione è normale ad esso, dite con quale operazione vettoriale si esprime la dipendenza dalla latitudine ϑ del flusso calcolato in precedenza.

4. Avendo disposto il pannello in modo ottimale, assumendo la situazione all'equinozio come situazione media nel corso dell'anno, assumendo che il pannello abbia un efficienza $\varepsilon < 1$ nel trasformare la luce del Sole in energia elettrica, quanta energia stimate che il pannello possa produrre in un anno?

5. Immaginando che per ogni quadrato di superficie terrestre di lato 10 km una sua frazione pari ad un quadrato di lato $\ell = 10\,\mathrm{m}$ sia ricoperta di pannelli solari disposti in modo ottimale, stimate quanta energia produrranno in un anno. (Nota: se si ritiene di poter installare pannelli solo sulla terraferma, di quanto pensate di dover aumentare il lato ℓ del quadrato occupato dai pannelli per ottenere la stessa produzione?)

6. Un dato che si trova in rete (riferito al 2004) è che la potenza totale consumata sulla Terra è $P_{tot} \simeq 1.5 \cdot 10^{13}\,\mathrm{W}$. Cercate di comparare questa informazione in modo quantitativo con il risultato da voi ottenuto.

2 Soluzione

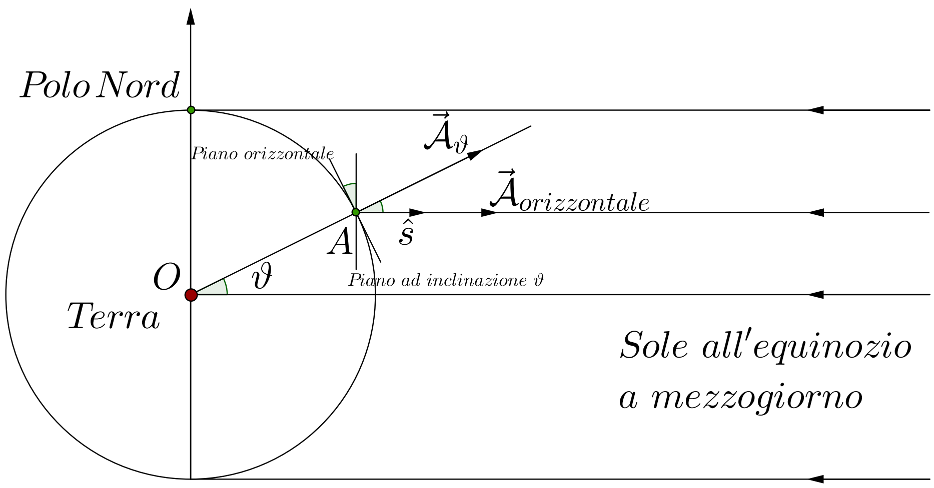

Figure 2: Replica della Fig. 1 dove si mostrano (in sezione) un pannello disposto sul piano orizzontale ed uno disposto in modo ottimale per la latitudine ϑ dell'Osservatore A, i corrispondenti vettori $\vec{\mathcal{A}}_{orizzonatle}$ e $\vec{\mathcal{A}}_\vartheta$ e il versore $\hat{s}$ dall' Osservatore al Sole.

1. Come mostrato in Fig. 2, il piano orizzontale di un osservatore A sulla Terra è il piano tangente alle superficie terrestre in quel punto (è anche il piano perpendicolare alla accelerazione locale di gravità). Quindi la potenza sul pannello di area $\mathcal{A}$ posto sul piano orizzontale a latitudine ϑ (a mezzogiorno) è
$$P_{orizzontale} = c_\odot \mathcal{A} \cos\vartheta \tag{1}$$
perché i raggi del Sole non arrivano a perpendicolo sul pannello orizzontale ma sono inclinati di ϑ rispetto ad esso. In particolare, all'equatore la potenza sul pannello orizzontale è massima e vale $P_{max} = c_\odot \mathcal{A}$ mentre al polo è nulla.

2. La posizione ottimale si ha quando il pannello è inclinato di un angolo ϑ rispetto al piano orizzontale dell'Osservatore che si trova a latitudine ϑ. In questo caso la superficie del pannello è sempre perpendicolare ai raggi del sole (a mezzogiorno) e quindi la potenza è quella massima $P_{max} = c_\odot \mathcal{A}$ (vedi Fig. 2)

3. Quando il pannello è messo in posizione ottimale $\hat{s} \parallel \vec{\mathcal{A}}$. Il caso peggiore si ha quando $\hat{s} \perp \vec{\mathcal{A}}$. In generale l'area efficace è pari alla componente di $\vec{\mathcal{A}}$ lungo $\hat{s}$, quindi
$$P = c_\odot \vec{\mathcal{A}} \cdot \hat{s} \tag{2}$$
cioè, l'operazione vettoriale che esprime questa dipendenza è il prodotto scalare

4. Stimo in media 12 ore di luce in un giorno. Però per alcune ore dopo l'alba e alcune prima del tramonto il pannello inclinato come in Fig. 2 non viene illuminato, quindi queste ore si perdono. La perdita è tanto maggiore quanto più grande è la latitudine. Stimo di avere solo 6 ore buone al giorno. Un anno ammonta a $365.25 \cdot 86400\,\mathrm{s} \simeq 3.16 \cdot 10^7\,\mathrm{s}$ quindi in un

anno il pannello in posizione ottimale produrrà, per ogni suo metro quadrato, una quantità di energia pari a circa

$$E_{AnnuaMetroquadro} \simeq c_{\odot}\varepsilon\frac{6}{24}3.16 \cdot 10^7 \text{ J} \simeq \frac{\varepsilon}{4}\,4.4 \cdot 10^{10} \text{ J} \simeq \varepsilon\,1.1 \cdot 10^{10} \text{ J} \tag{3}$$

dove $\varepsilon < 1$ è l'efficienza del pannello nel trasformare energia solare in energia elettrica.

5. Se per ogni $10^8\,\text{m}^2$ di superficie terrestre (corrispondenti ad un quadrato di $10\,\text{km}$ di lato) se ne riscoprono solo $\ell^2 = 100\,\text{m}^2$ con pannelli solari disposti in modo ottimale possiamo stimare una produzione annua, da tutta la Terra:

$$\begin{aligned} E_{AnnuaTerra} &\simeq 4\pi R_{\oplus}^2 \frac{10^2}{10^8} E_{AnnuaMetroquadro} \\ &\simeq 5.15 \cdot 10^{14} \cdot 10^{-6} E_{AnnuaMetroquadro} \\ &\simeq \varepsilon\,5.7 \cdot 10^{18}\,\text{J} \end{aligned} \tag{4}$$

e assumendo $\varepsilon \simeq 15\% = 0.15$ otteniamo una produzione annua di energia di:

$$E_{AnnuaTerra} \simeq 8.5 \cdot 10^{17} \text{ J} \quad . \tag{5}$$

Siccome la Terra è ricoperta per circa il 70% di acqua, per ottenere questa produzione di energia con pannelli installati solo sulla terraferma (che copre il restante 30% bisogna che per ogni $10^8\,\text{m}^2$ di terraferma ne siano utilizzati per pannelli solari (disposti in modo ottimale) non più $10^2\,\text{m}^2$ bensì $10^2 \cdot \frac{100}{30} \simeq 333\,\text{m}^2$, quindi il lato del quadrato ricoperto di pannelli deve diventare $\ell \simeq 18\,\text{m}$.

6. Se le potenza consumata su tutto il pianeta è stimata essere $P_{tot} \simeq 1.5 \cdot 10^{13}\,\text{W}$ vuol dire che in un anno l'energia totale consumata è $E_{tot} \simeq P_{tot}\,3.16 \cdot 10^7\,\text{J} \simeq 1.5\,3.16 \cdot 10^{20}\,\text{J} \simeq 4.7 \cdot 10^{20}\,\text{J}$ che confrontata con la stima (5) ci dice che con i pannelli solari si può produrre, nelle nostre ipotesi, circa $8.5 \cdot 10^{17}/4.7 \cdot 10^{20} \simeq 1.8 \cdot 10^{-3}$, che è un po' meno dello 0.2% del fabbisogno mondiale.