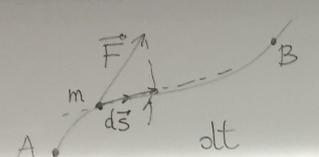


11a Lezione 3 Dicembre 2015:

- Lavoro ed energia. Forze conservative definizione di energia potenziale e conservazione dell'energia totale (cinetica più potenziale)
- L'energia cinetica è sempre positiva (da dove viene il fattore 1/2?)
- Segno dell'energia potenziale (quando è positiva e quando è negativa e perché)
- Calcolo dell'energia potenziale gravitazione sulla superficie della Terra e a grande distanza. Coerenza tra i due risultati, importanza e significato del segno dell'energia potenziale gravitazionale
- Richiami sul concetto di integrale e sulle regole di derivazione (attenzione particolare al caso di derivata rispetto al tempo di funzioni trigonometriche in cui l'angolo varia nel tempo)

LAVORO & ENERGIA



$$dL = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{kg m s}^{-2}$$

$$L_{A \rightarrow B} = \int_A^B dL = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$U(B) - U(A) = -L_{A \rightarrow B}$$

U energia potenziale

\vec{P}_0 punto di riferimento dell'energia potenziale

$$U(\vec{P}) = - \int_{\vec{P}_0}^{\vec{P}} \vec{F} \cdot d\vec{s} + U(\vec{P}_0) \leftarrow \text{energia potenziale in } \vec{P}$$

Se \vec{F} è conservativa (non dissipa) $\forall \vec{P}$

$\Rightarrow L_{A \rightarrow B}$ non dipende dal cammino

$$U(\vec{P}) - U(\vec{P}_0) = - \int_{\vec{P}_0}^{\vec{P}} \vec{F} \cdot d\vec{s} = - \int_{\vec{P}_0}^{\vec{P}} m \vec{a} \cdot d\vec{s} = -m \int_{\vec{P}_0}^{\vec{P}} \vec{a} \cdot d\vec{s}$$

Rif. Inerziale: $\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$

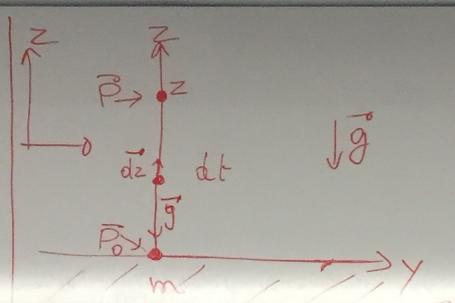
$$= -m \int \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt = -\frac{m}{2} \int d(v^2) = -\frac{1}{2} m (v^2(\vec{P}) - v^2(\vec{P}_0)) = T(\vec{P}_0) - T(\vec{P})$$

$$\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d(\vec{v} \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dt} \quad T = \frac{1}{2} m \vec{v} \cdot \vec{v}$$

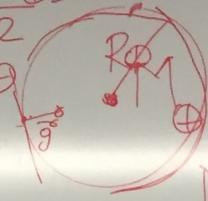
$$\frac{d}{dt}(v^2) = \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = 2 \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$U(\vec{P}) + T(\vec{P}) = U(\vec{P}_0) + T(\vec{P}_0)$$

$$E(\vec{P}) = E(\vec{P}_0)$$



$$g = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2} = 9.8 \text{ m/s}^2$$



$$M_{\oplus} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\oplus} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$(GM)_{\text{Terre}} = 3.99 \times 10^{14} \text{ SI}$$

$$U(\vec{P}) - U(\vec{P}_0) = -m \int_0^z \vec{g} \cdot d\vec{z} = +mg \int_0^z dz = +mgz$$

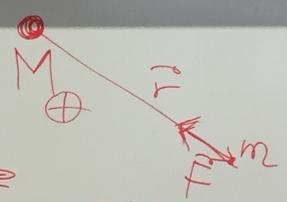
$\int_0^z -g dz$

$$U(z) - U(0) = +mgz$$

$$U(z) = mgz + U(0)$$

$$0$$

$$z \ll R_{\oplus}$$



$$\frac{\vec{F}}{m} = -\frac{GM}{r^3} \vec{r}$$

$$\frac{F}{m} = -\frac{GM_{\oplus}}{r^2} \quad U(r) = -\frac{GM_{\oplus}}{r}$$

$$\frac{d}{dt}(f(t) + g)$$

$$g(t)$$

$$c f(t) \quad \frac{d}{dt}(c f(t)) =$$

$$\frac{d}{dt}(a f(t) + b g(t)) = a \frac{df}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(f(t) \cdot g(t)) = f(t) \frac{dg(t)}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{f(t)}{g(t)} \right) = \frac{g(t) \frac{df(t)}{dt}}{g^2(t)}$$

ms⁻²

$$M_{\oplus} = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$R_{\oplus} = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$(GM)_{\text{Terra}} = 3.99 \times 10^{14} \text{ SI}$$

Integrali

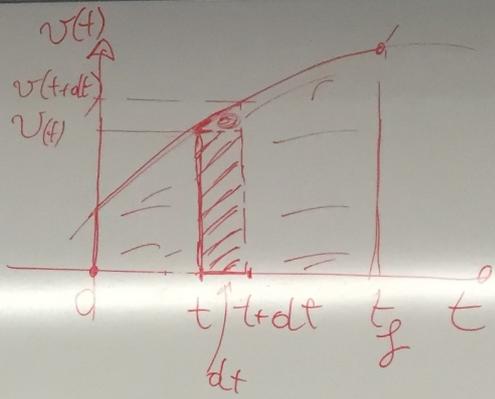
$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$$

$$dx(t) = v(t) dt$$

$$x(t) = \int_0^{t_f} v(t) dt$$

$$x(t) = \int v(t) dt + c$$



$$\frac{dc}{dt} = 0$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = v(t)$$

$$f(t)$$

$$\frac{d}{dt} (f(t) + g(t)) = \frac{df(t)}{dt} + \frac{dg(t)}{dt}$$

$$g(t)$$

$$c f(t)$$

$$\frac{d}{dt} (c f(t)) = c \frac{df(t)}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} (a f(t) + b g(t)) = a \frac{df(t)}{dt} + b \frac{dg(t)}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} (f(t) \cdot g(t)) = f(t) \frac{dg(t)}{dt} + g(t) \frac{df(t)}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{f(t)}{g(t)} \right) = \frac{g(t) \frac{df(t)}{dt} - f(t) \frac{dg(t)}{dt}}{g^2(t)}$$

$$\omega \cos \omega t$$

$$v = \omega t$$

$$\frac{d}{dt} (\sin v) = \frac{d}{dv} (\sin v) \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{d}{dt} f(g(t)) = \frac{df}{dg} \cdot \frac{dg}{dt}$$